DINAMICA DEL CORPO PUNTIFORME

La seconda legge della dinamica si esprime mediante la formula $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ dove $\vec{F}$ rappresenta la somma vettoriale delle forze che agiscono sulla massa *m.*

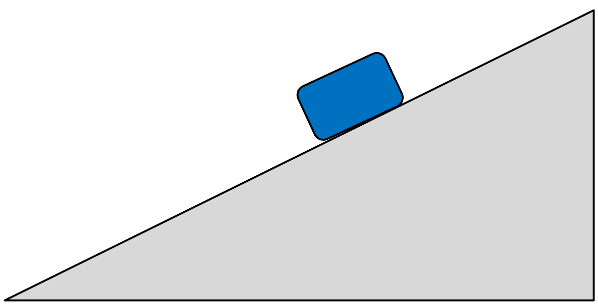
Se il sistema di riferimento (S.R.) utilizzato per rappresentare il fenomeno è NON INERZIALE occorre tener conto anche delle forze apparenti (forza di inerzia, forza centrifuga e forza di Coriolis).

Per affrontare la risoluzione di problemi relativi alla dinamica del punto materiale si può procedere in questo modo:

1. Schematizzare la situazione con un disegno e indicare un idoneo sistema di riferimento
2. Rappresentare il diagramma di corpo libero nel riferimento adottato
3. Applicare la legge $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ per ogni componente (x,y,z o altro)

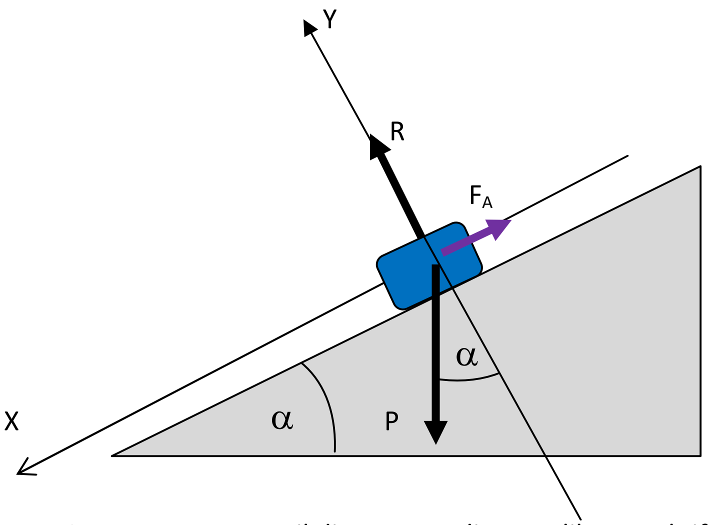
Esempio 1

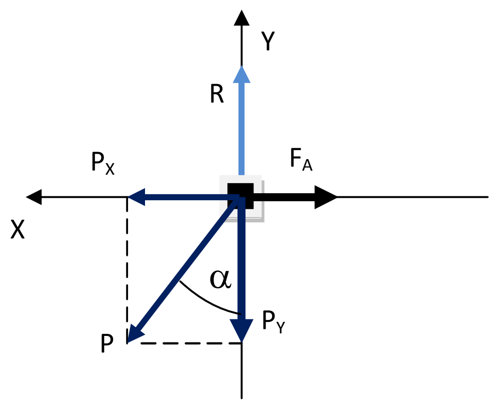
Un corpo di massa m poggia su un piano inclinato in presenza di attrito come in figura. Determinare l'accelerazione (a) del sistema.



Due assi cartesiani X-Y per il corpo (asse Y ortogonale al piano inclinato e asse X parallelo al piano). Le forze presenti sono indicate in figura. La scelta del verso della forza di attrito è indifferente; se il valore che si ottiene in base ai dati è negativo vuol dire che il verso è quello opposto al verso scelto.

1. Schematizzare la situazione con un disegno e indicare un idoneo sistema di riferimento





2. Rappresentare il diagramma di corpo libero nel riferimento adottato
3. Applicare la legge $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ per ogni componente (in questo caso X e Y)

$$\begin{cases} P_X - F_A = m \cdot \boldsymbol{a} \\ R - P_Y = 0 \end{cases}$$

Occorre ricordare che:

$\boldsymbol{P_Y = P \cdot \cos\alpha}$; $\quad \boldsymbol{P_X = P \cdot \sin\alpha}$ $\quad e \quad F_A = \mu_D \cdot R = \mu_D \cdot P_Y \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{F_A = \mu_D \cdot P \cdot \cos\alpha}$

$P_X - F_A = m \cdot \boldsymbol{a} \;\rightarrow\; P \cdot \sin\alpha - \mu_D \cdot P \cdot \cos\alpha = m \cdot \boldsymbol{a}$

Ma $\boldsymbol{P = m \cdot g}$ da cui segue: $\cancel{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \sin\alpha - \mu_D \cdot \cancel{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \cos\alpha = \cancel{m} \cdot \boldsymbol{a}$

$$\mathrm{g} \cdot (\sin\alpha - \mu_D \cdot \cos\alpha) = \boldsymbol{a}$$

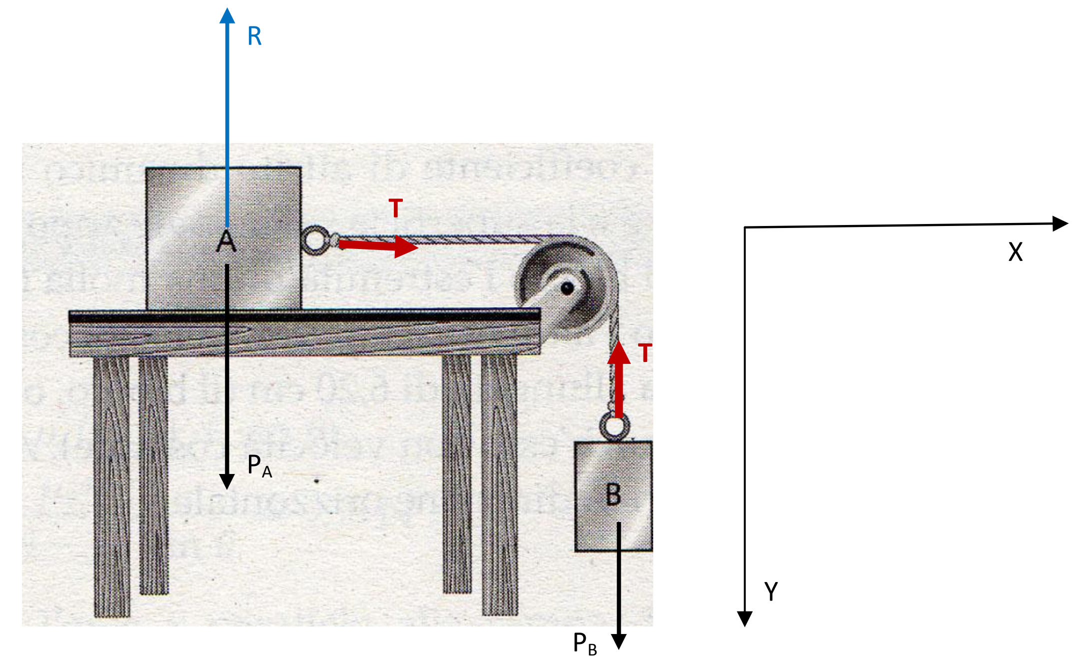
Questa equazione fornisce il valore dell’accelerazione se sono noti l’angolo α e il coefficiente di attrito statico μ_D.

Esempio 2

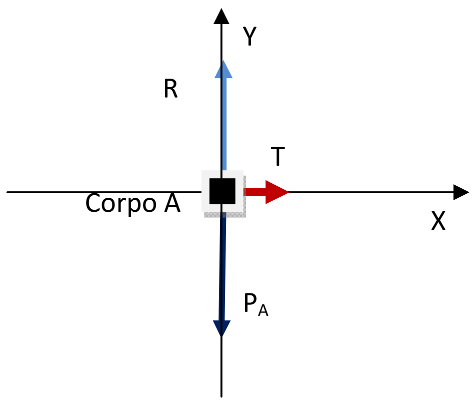
Un corpo (A) di massa m_A poggia su un tavolo privo di attrito ed è collegato mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile ad un corpo (B) di massa m_B come in figura. Determinare l’accelerazione (a) del sistema e la tensione T della fune.

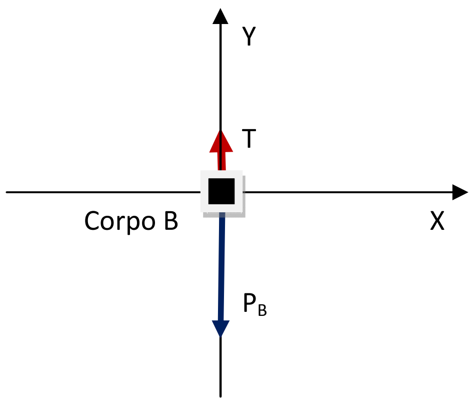
Dati: m_A=10 Kg, m_B=2 Kg

1. Schematizzare la situazione con un disegno e indicare un idoneo sistema di riferimento



2. Rappresentare il diagramma di corpo libero nel riferimento adottato





3. Applicare la legge $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ per ogni componente (in questo caso X e Y)

CORPO A $\begin{cases} asse\ X \\ asse\ Y \end{cases}$ $\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_A = R \end{cases}$ $\begin{cases} \boxed{T = m_A \cdot a} \\ m_A \cdot g = R \end{cases}$

CORPO B $\begin{cases} asse\ X \\ asse\ Y \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = 0 \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$ $\boxed{m_B \cdot g - T = m_B \cdot a}$

Le due equazioni evidenziate contengono le due incognite. Per determinare le incognite è sufficiente risolvere il sistema di due equazioni nelle incognite T e a.

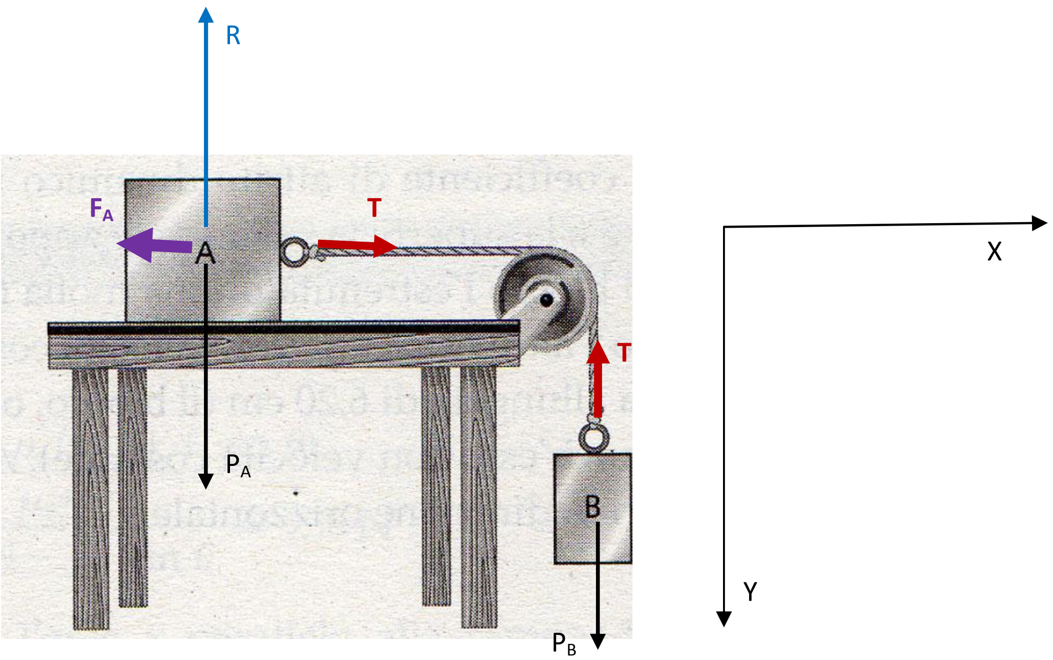
$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ m_B \cdot g - T = m_B \cdot a \end{cases}$ $\begin{cases} T = 10 \cdot a \\ 2 \cdot 9{,}81 - T = 2 \cdot a \end{cases}$ Sostituisco il valore di T (prima equazione) nella seconda

$\begin{cases} T = 10 \cdot a \\ 19{,}6 - (10 \cdot a) = 2 \cdot a \end{cases}$ $\begin{cases} T = 10 \cdot a \\ 19{,}6 - 10 \cdot a = 2 \cdot a \end{cases}$ $\begin{cases} T = 10 \cdot a \\ 19{,}6 = 12 \cdot a \end{cases}$ $\begin{cases} T = 10 \cdot a \\ a = \frac{19{,}6}{12} = 1{,}63\ \frac{m}{s^2} \end{cases}$

A questo punto sostituisco il valore dell'accelerazione nella equazione superiore:

$$T = 10 \cdot a \quad \Rightarrow T = 10 \cdot 1{,}63 = 16{,}3N$$

Se il corpo A è soggetto alla **forza di attrito** si procede nello stesso modo ma nell'applicare la seconda legge della dinamica al corpo A nella direzione X occorre tener conto anche della forza di attrito:



CORPO A $\begin{cases} asse\ X \\ asse\ Y \end{cases}$ $\begin{cases} T - F_A = m_A \cdot a \\ P_A = R \end{cases}$ $\begin{cases} T - \mu_D \cdot R = m_A \cdot a \\ m_A \cdot g = R \end{cases}$ $\begin{cases} T - \mu_D \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot a \\ m_A \cdot g = R \end{cases}$

Mentre per il corpo B non cambierebbe nulla.

Il sistema da risolvere sarebbe quindi:

$$\boxed{\begin{cases} T - \mu_D \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot a \\ m_B \cdot g - T = m_B \cdot a \end{cases}}$$

ovviamente occorre conoscere il coefficiente di attrito dinamico μ_D.