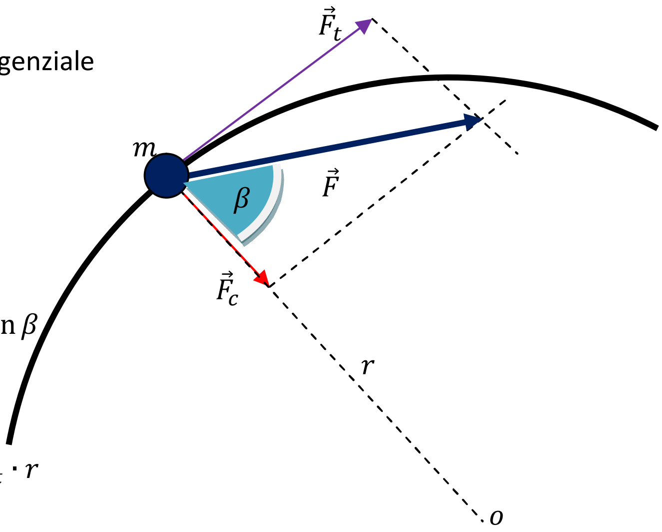
DINAMICA DEL MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO DI UN PUNTO MATERIALE



Il moto circolare uniformemente accelerato di un punto materiale $\boldsymbol{m}$ comporta la presenza di una forza centripeta e di una forza tangenziale la cui risultante può essere indicata con $\vec{F}$.

$\vec{F}_t = m \cdot \vec{a}_t$ moltiplicando ambo i membri per $\boldsymbol{r}$ si ha:

$\vec{F}_t \cdot r = m \cdot \vec{a}_t \cdot r$

Il momento della forza $\vec{F}$ è dato da: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow |\vec{M}| = F \cdot r \cdot \sin\beta$

Ma $F \cdot \sin\beta = |\vec{F}_t| \rightarrow |\vec{M}| = |\vec{F}_t| \cdot r$ sostituendo nella equazione e tralasciando la notazione vettoriale si ha: $M = m \cdot a_t \cdot r$

ma $a_t = \alpha \cdot r \rightarrow M = m \cdot \alpha \cdot r^2$

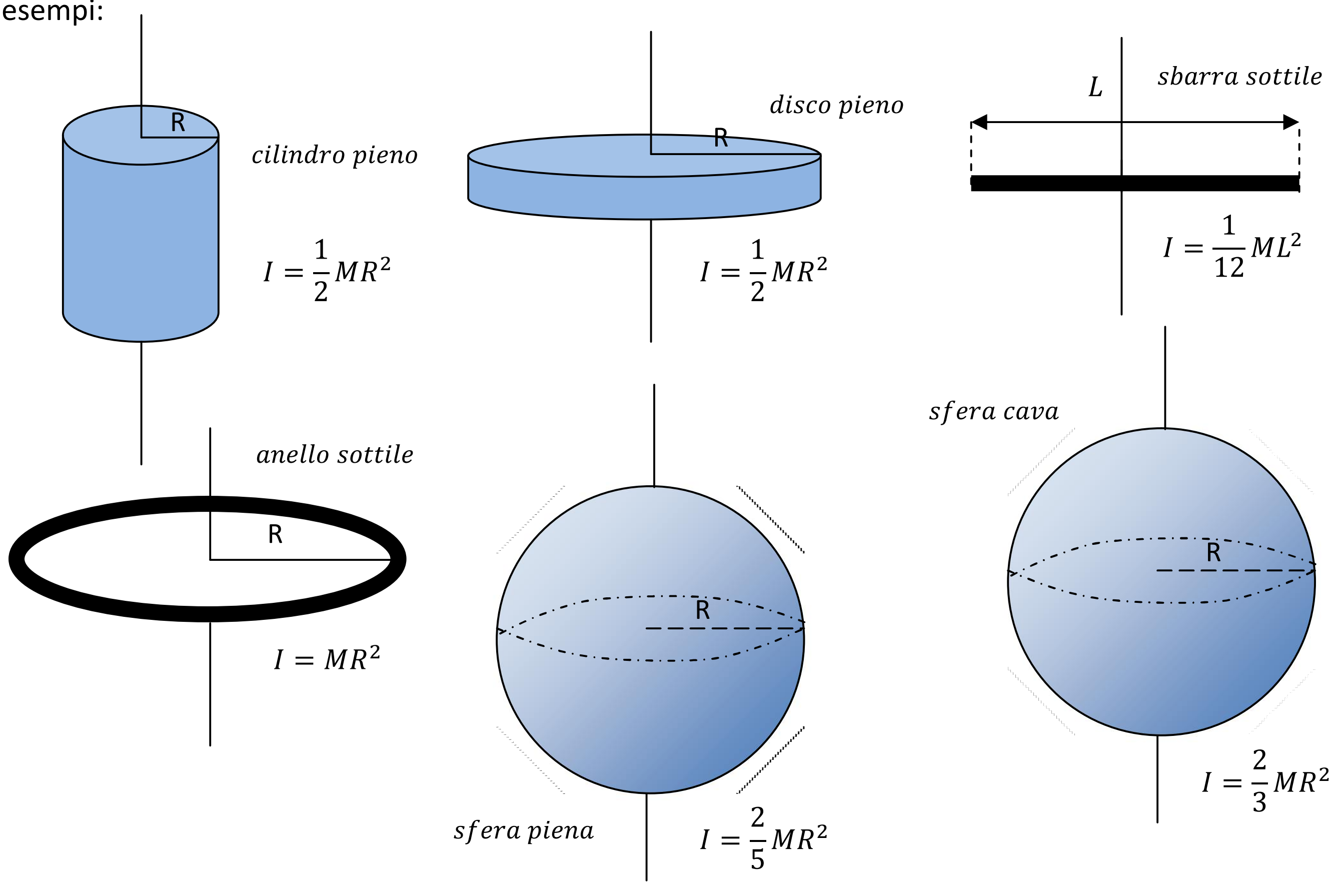
Riordinando i termini si ha: $M = m \cdot r^2 \cdot \alpha$

Il prodotto $m \cdot r^2$ prende il nome di **MOMENTO DI INERZIA (I)** e rappresenta l'analogo della massa inerziale nella seconda legge della dinamica.

La seconda legge della dinamica per il moto rotatorio si esprime mediante la seguente equazione:

$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$

Il momento di inerzia di un corpo rigido esteso che ruota intorno ad un asse deve essere calcolato tenendo conto della geometria del corpo stesso e fa uso del calcolo integrale. Seguono alcuni esempi:



La tabella che segue mostra le analogie tra il moto traslatorio e il moto rotatorio.

MOTO TRASLATORIO	MOTO ROTATORIO
$\vec{F} = Forza$	$\vec{M} = Momento\ della\ forza$
$m = massa$	$\vec{I} = momento\ di\ inerzia$
$\vec{a} = accelerazione$	$\vec{\alpha} = accelerazione\ tangenziale$
$\vec{v} = velocità$	$\vec{\omega} = velocità\ angolare$
$\vec{p} = quantità\ di\ moto$	$\vec{L} = momento\ della\ quantità\ di\ moto$
$\Delta s = spazio\ percorso$	$\Delta\theta = angolo\ descritto - percorso$
$L = lavoro\ di\ una\ forza$	$L = lavoro\ del\ momento\ della\ forza$
$K_t = energia\ cinetica\ traslazionale$	$K_r = energia\ cinetica\ rotazionale$
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{M} = \vec{I}\omega$
Se $\vec{F} = 0$ ➔ $\vec{a} = 0$ m.rett.u. $\vec{v} = cost.$ $\Delta s = v\Delta t$	Se $\vec{M} = 0$ m.rot.u. $\vec{\omega} = cost.$ $\Delta\theta = \omega\Delta t$
Se $\vec{F} = cost.$ ➔ $\vec{a} = cost.$ m.r.u.a. $v = v_0 + a\Delta t$ $\Delta s = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$	Se $\vec{M} = cost.$ ➔ $\vec{\alpha} = cost.$ m.rot.u.a. $\omega = \omega_0 + \alpha\Delta t$ $\Delta\theta = \omega_0\Delta t + \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2$
$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$	$\vec{M}\Delta t = \Delta\vec{L}$
Se $\vec{F}_{est.} = 0$ ➔ $\Delta\vec{p} = 0$ ➔ $\vec{p} = cost.$	Se $\vec{M}_{est.} = 0$ ➔ $\Delta\vec{L} = 0$ ➔ $\vec{L} = cost.$
$L = F\Delta s$	$L = M\Delta\theta$
$K_t = \frac{1}{2}mv^2$	$K_r = \frac{1}{2}I\omega^2$
$L = \Delta K_t$	$L = \Delta K_r$