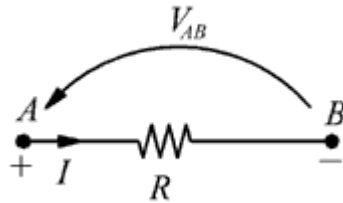


Legge di Ohm

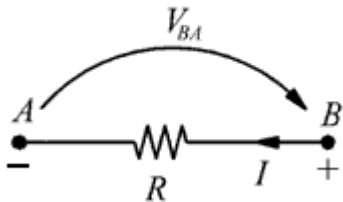
Considerando una resistenza R compresa tra i morsetti A e B , la legge di Ohm dice che la differenza di potenziale V_{AB} misurata fra i morsetti A e B è proporzionale alla corrente I che scorre nella resistenza:

$$V_{AB}=R \cdot I \quad [V]=[\Omega \cdot A]$$

la differenza di potenziale misurata ai capi di una resistenza viene chiamata caduta di tensione (c.d.t.). Si deve fare attenzione al verso della corrente, infatti, il verso positivo della V_{AB} punta al morsetto a potenziale più alto che è quello da cui la corrente entra nella resistenza,



$$\text{In tal caso } V_{AB} > 0 \quad V_{AB} = -V_{BA} \quad V_{BA} < 0$$

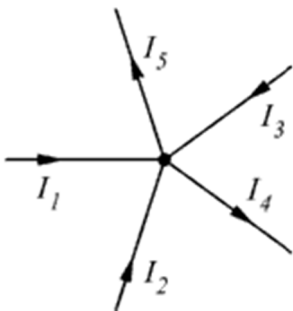


$$\text{In tal caso } V_{BA} > 0 \quad V_{BA} = -V_{AB} \quad V_{AB} < 0$$

I° principio di Kirchhoff (ai nodi)

La somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti cioè: la somma algebrica delle correnti che interessano un nodo è uguale a zero.

$$0 = \sum_i I_i$$



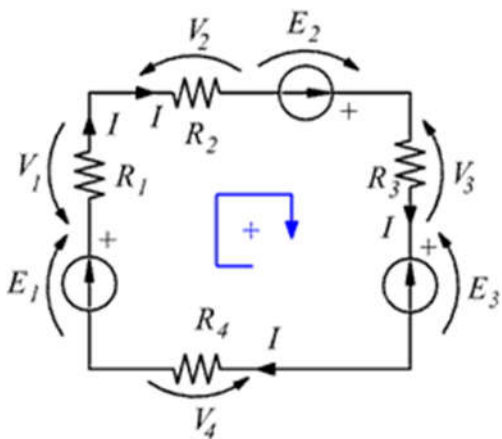
In questo caso scriveremo:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

II° principio di Kirchhoff (alle maglie)

La somma algebrica delle forze elettromotrici (f.e.m.: i generatori) e delle cadute di tensione (c.d.t: le differenze di potenziale ai capi di ogni singola resistenza) che si incontrano in una maglia è uguale a zero.

$$0 = \sum_i E_i + \sum_i V_i$$



In questo caso abbiamo per semplicità un'unica corrente I che percorre una maglia chiusa. Lungo il percorso sono dislocate le f.e.m (i generatori) E_1, E_2, E_3 e le resistenze R_1, R_2, R_3, R_4 che causano le c.d.t. V_1, V_2, V_3, V_4 .

Dopo aver considerato arbitrariamente come senso positivo per le tensioni il senso orario, avremo dunque:

$$0 = E_1 - V_1 - V_2 + E_2 - V_3 - E_3 - V_4$$

$$0 = E_1 - R_1 I - R_2 I + E_2 - R_3 I - E_3 - R_4 I$$

che ci porterebbe a scrivere:

$$R_1 I + R_2 I + R_3 I + R_4 I = E_1 + E_2 - E_3$$

raccogliendo I al 1° membro:

$$I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = E_1 + E_2 - E_3$$

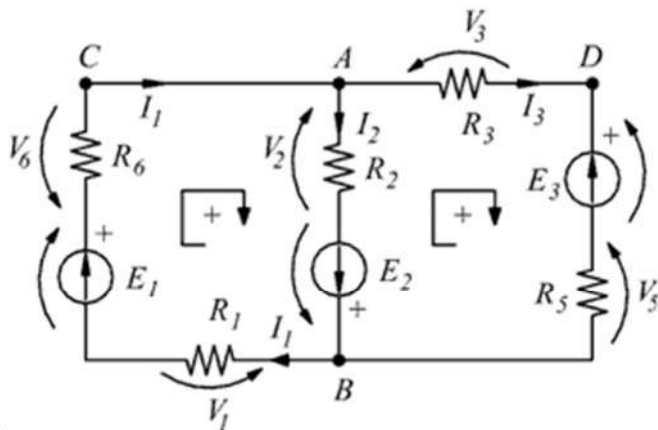
$$\text{cioè: } I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Che ci permette di calcolare l'incognita I dato che in genere i generatori e le resistenze sono noti.

Come nel caso della legge di Ohm la corrente può essere ottenuta dal rapporto fra una tensione ed una resistenza. Per tale motivo il II° principio di Kirchhoff viene talvolta chiamato legge di Ohm generalizzata.

Il caso più generale che può essere risolto coi principi di Kirchhoff è il seguente:

Detto n il numero di nodi ed r il numero dei rami per trovare tutte le correnti di una rete elettrica occorrerà scrivere $n-1$ equazioni ai nodi ed $r-(n-1)$ equazioni alle maglie cioè tante equazioni indipendenti quanti sono i rami r .



Considerando il circuito in figura, si possono scrivere l'equazione al nodo A e due equazioni per le maglie ABC e ABD (o CABD) si fissano arbitrariamente i sensi di percorrenza positivi per le tensioni e (quelli più plausibili) per le correnti dei tre rami e si ottiene il seguente sistema:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{eq. al nodo A}$$

$$0 = E_1 - V_6 - V_2 + E_2 - V_1 \quad \text{eq. alla maglia ABC (sn)}$$

$$0 = V_2 - V_3 - E_3 - V_5 - E_2 \quad \text{eq. alla maglia ADB (dx)}$$

che può essere riscritto:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$E_1 + E_2 = V_6 + V_2 + V_1$$

$$E_3 + E_2 = V_2 - V_3 - V_5$$

sostituendo al posto delle c.d.t. i rispettivi valori di correnti e resistenze

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ E_1 + E_2 = R_6 I_1 + R_2 I_2 + R_1 I_1 \\ E_3 + E_2 = R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_3 \end{cases}$$

raccogliendo i fattori

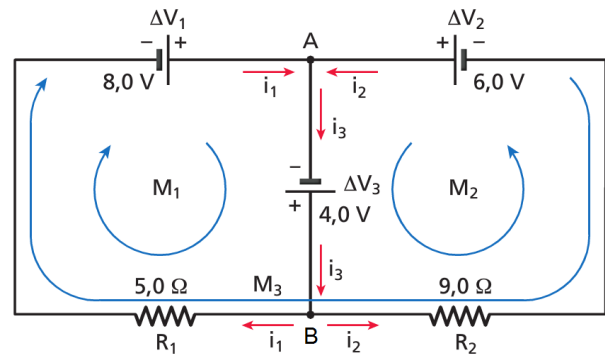
$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ E_1 + E_2 = (R_6 + R_1) I_1 + R_2 I_2 \\ E_3 + E_2 = R_2 I_2 - (R_3 + R_5) I_3 \end{cases}$$

Se la soluzione del sistema fornisce valori positivi per le correnti vuol dire che i versi scelti sono quelli reali; se qualche corrente è negativa significa che essa ha il verso opposto a quello inizialmente scelto.

Risoluzione di un circuito elettrico mediante le leggi di Kirchhoff

Consideriamo il circuito qui a destra. Sono visibili 2 nodi A e B e 3 maglie M_1 , M_2 ed M_3 .

Scegliamo i versi delle 3 correnti i_1 , i_2 e i_3 . La scelta dei versi è arbitraria, ma possiamo effettuarla osservando quali potrebbero essere i probabili versi in base alla disposizione dei generatori: così facendo, se il circuito non è troppo complesso, non dovremo poi cambiare di verso le correnti ad esercizio concluso.



$$\text{Nodo A: } i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

i_1 e i_2 sono positive perché entranti nel nodo A, i_3 è negativa perché uscente dal nodo A

$$\text{Nodo B: } -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

i_1 e i_2 sono negative perché uscenti dal nodo B, i_3 è positiva perché entrante nel nodo B

Osserviamo che questa 2ª equazione sui nodi è matematicamente equivalente alla 1ª: possiamo quindi trascurarla.

Scegliamo, ora, i versi di percorrenza delle 3 maglie M_1 , M_2 ed M_3 . Anche in questo caso la scelta dei versi è arbitraria, ma possiamo effettuarla in maniera tale da seguire il più possibile i versi fissati precedentemente per le correnti: così facendo cerchiamo di ridurre al minimo le inversioni di segno A sui generatori e sulle resistenze.

$$\text{Maglia } M_1: \quad 8 + 4 - 5 i_1 = 0$$

i generatori da 8 V e 4 V sono attraversati dal verso di percorrenza orario in figura dal - al + e sono quindi positivi; la resistenza da 5 Ω è attraversata dal verso di percorrenza orario in maniera concorde con il verso scelto per la corrente i_1 ed è quindi negativo il suo prodotto con i_1 .

$$\text{Maglia } M_2: \quad 6 + 4 - 9 i_2 = 0$$

i generatori da 6 V e 4 V sono attraversati dal verso di percorrenza antiorario in figura dal - al + e sono quindi positivi; la resistenza da 9 Ω è attraversata dal verso di percorrenza antiorario in maniera concorde con il verso scelto per la corrente i_2 ed è quindi negativo il suo prodotto con i_2 .

$$\text{Maglia } M_3: \quad 8 - 6 + 9 i_2 - 5 i_1 = 0$$

il generatore da 8 V è attraversato dal verso di percorrenza orario in figura dal - al + ed è quindi positivo, mentre il generatore da 6 V è attraversato dal verso di percorrenza orario dal + al - ed è quindi negativo; la resistenza da 9 Ω è attraversata dal verso di percorrenza orario in maniera discorde con il verso scelto per la corrente i_2 ed è quindi positivo il suo prodotto con i_2 , mentre la resistenza da 5 Ω è attraversata dal verso di percorrenza orario in maniera concorde con il verso scelto per la corrente i_1 ed è quindi negativo il suo prodotto con i_1 .

Osserviamo che questa 3ª equazione sulle maglie è matematicamente equivalente alla 1ª e alla 2ª: possiamo quindi trascurarla.

Risolvendo il sistema nelle incognite i_1 , i_2 e i_3 otteniamo i valori delle 3 correnti:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ 8 + 4 - 5 i_1 = 0 \\ 6 + 4 - 9 i_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ -5 i_1 = -12 \\ -9 i_2 = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ A} \\ i_2 = \frac{10}{9} = 1,1 \text{ A} \\ i_3 = i_1 + i_2 = 3,5 \text{ A} \end{cases}$$

Come possiamo osservare le 3 correnti ottenute sono tutte positive, quindi i versi scelti all'inizio erano quelli corretti; nel caso comparissero correnti negative nel risultato significa semplicemente che il verso reale della corrente è opposto a quello scelto inizialmente.