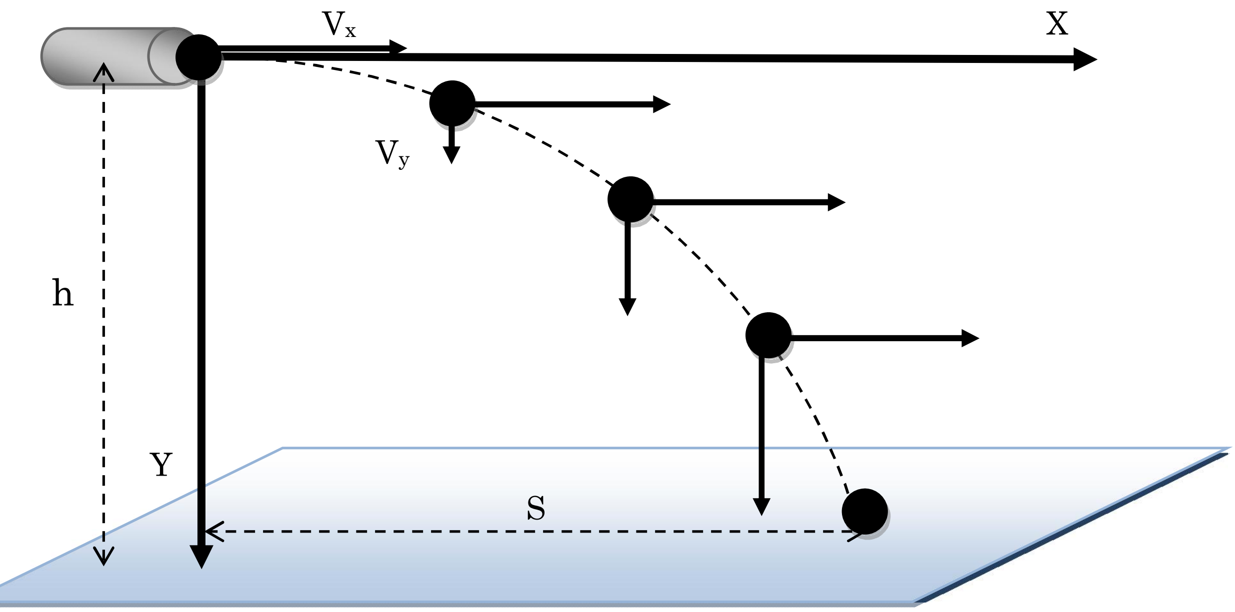
MOTO PARABOLICO (velocità iniziale orizzontale)



Nella direzione Y il moto è rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione g per cui l'equazione del moto è:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad (1)$$

Nella direzione X il moto è rettilineo uniforme per cui l'equazione del moto è:

$$S = v_x \cdot t \qquad (2)$$

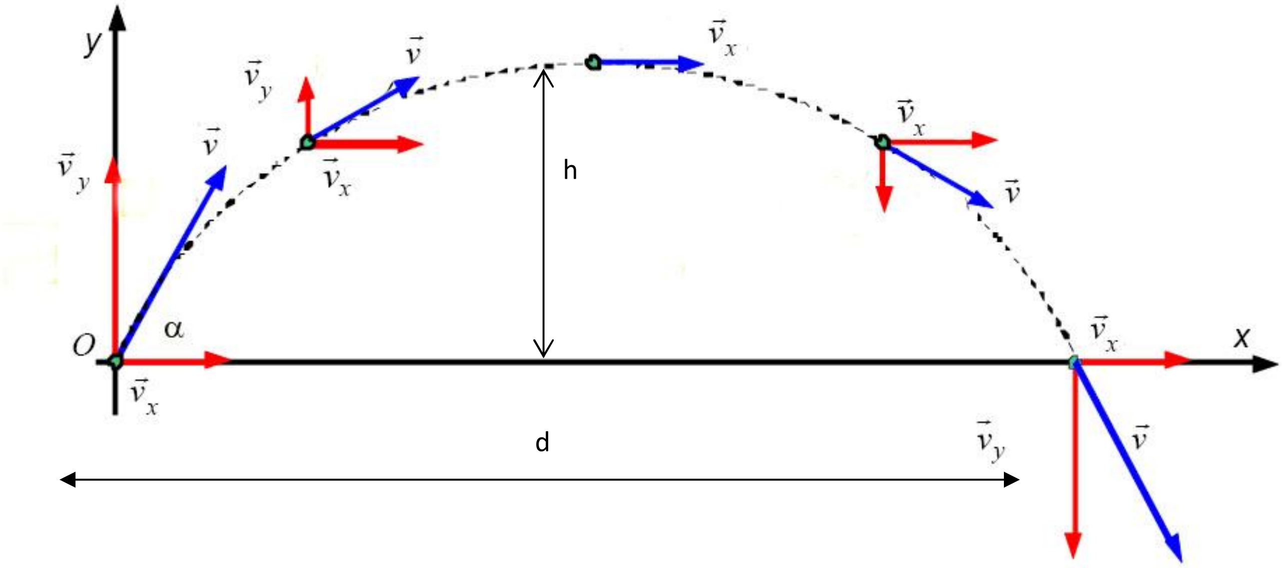
Dalla (1) si ricava il tempo di volo $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ mentre dalla (2) si ricava v_x misurando S.

$$v_x = \frac{S}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Una volta determinata la v_x (costante se non si cambia il lanciatore) si può ripetere l'esperimento variando l'altezza e facendo previsioni sulla gittata mediante la formula:

$$S = v_x \cdot t \Rightarrow \; S = v_x \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

MOTO PARABOLICO SIMMETRICO (velocità iniziale obliqua)



$V_{0x} = V \cdot cos\alpha \qquad V_{0y} = V \cdot sen\alpha \qquad V = \sqrt{{V_{0x}}^2 + {V_{0y}}^2}$

Per determinare h (punto di massima altezza) si procede in questo modo:

il punto di massima altezza si ottiene considerando la velocità V_{0y}=0 per cui si ha:

$0 = V_{0y} - gt_s \rightarrow V_{0y} = gt_s \rightarrow \boldsymbol{t_s = \frac{V_{0y}}{g}}$ per determinare ***h*** è sufficiente ricordare che lungo l'asse y il moto è uniformemente accelerato con accelerazione a=-g per cui si ha:

$$h = V_{0y} \cdot t_s - \frac{1}{2} g t_s^2 \; sostituendo \; a \; t_s \; la \; sua \; espressione \; si \; ha:$$

$$h = V_{0y} \cdot \frac{V_{0y}}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{V_{0y}}{g}\right)^2 \rightarrow \boldsymbol{h = \frac{V_{0y}^2}{2g}}$$

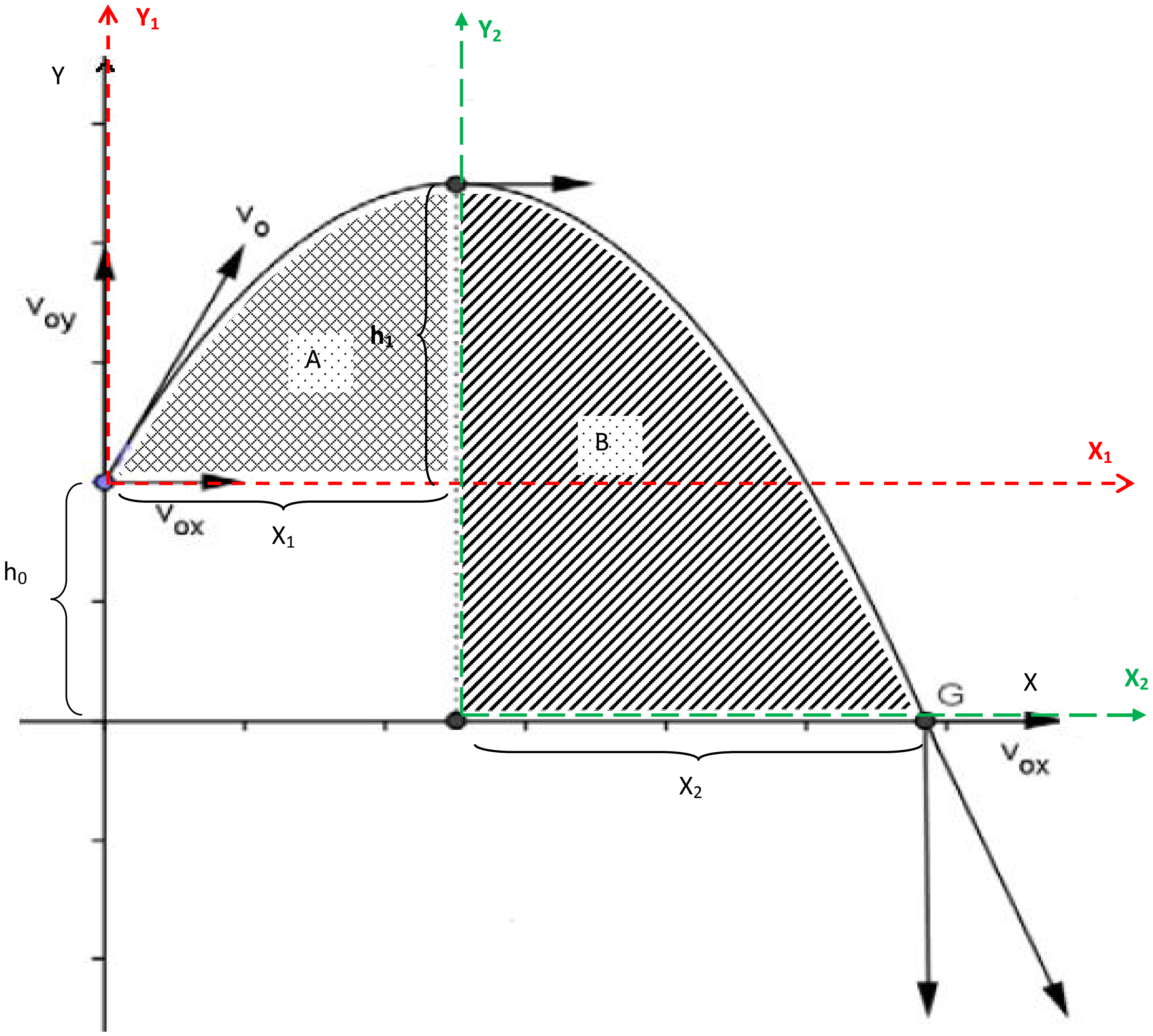
il tempo totate è semplicemente il doppio :

$$\boldsymbol{t_{Tot} = \frac{2 \cdot V_{0y}}{g}}$$

Per cui la gittata ***d*** si ottiene considerando il moto rettilineo uniforme lungo l'asse x

$$d = V_{0x} \cdot t = V_{0x} \cdot t_{Tot} = V_{0x} \cdot \frac{2 \cdot V_{0y}}{g} \rightarrow \boldsymbol{d = \frac{2 \cdot V_{0x} . V_{0y}}{g}}$$

MOTO PARABOLICO QUALUNQUE



Lo studio del caso generale si effettua scomponendo il problema in due parti:

A) **Moto parabolico simmetrico con velocità obliqua** (sistema di riferimenti **$X_1 - Y_1$**)

$h_1 = \frac{v_{0y}^2}{2g}$ e $X_1 = \frac{d}{2} = \frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g}$ $t_1 = \frac{v_{0y}}{g}$

B) **Moto parabolico con velocità iniziale orizzontale** (sistema di riferimenti **$X_2 - Y_2$**)

In questo caso la velocità iniziale è sempre v_{0x} mentre l'altezza totale $h = h_0 + h_1$

Il tempo di caduta $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ *il tempo di volo* è dato da $t_v = t_1 + t_2 = \frac{v_{0y}}{g} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$

La gittata parziale $X_2 = v_{0x} \cdot t_2$ di conseguenza la gittata totale si ottiene sommando X_1 *con* X_2.

$G = X_1 + X_2 = \frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} + v_{0x} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$. La velocità finale $V = \sqrt{{V_{0x}}^2 + {V_{Fy}}^2}$ con $V_{Fy} = g \cdot t_2$

MOTO PARABOLICO QUALUNQUE (2)

Lo studio del moto parabolico si può effettuare anche usando l'equazione analitica della parabola: $Y = aX^2 + bX + c$

La legge oraria per gli assi X e Y è la seguente: $\begin{cases} X = v_{0x} \cdot t \\ Y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y} \cdot t + h \end{cases}$

La legge per le velocità è data da: $\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = -gt + v_{0y} \end{cases}$

Dalla legge oraria per l'asse X si ricava il tempo $t = \frac{X}{v_{0x}}$ che sostituito nella legge oraria per l'asse Y fornisce: $Y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{X}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y} \cdot \left(\frac{X}{v_{0x}}\right) + h \quad \rightarrow \quad Y = -\frac{g}{2 \cdot v_{0x}{}^2} \cdot X^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot X + h$. Confrontandola con l'equazione analitica della parabola $Y = aX^2 + bX + c$ si possono ricavare i coefficienti.

La gittata si ottiene come intersezione della parabola con l'asse X risolvendo il sistema: $\begin{cases} Y = 0 \\ Y = -\frac{g}{2 \cdot v_{0x}{}^2} \cdot X^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot X + h \end{cases}$ $\quad -\frac{g}{2 \cdot v_{0x}{}^2} \cdot X^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot X + h = 0$ (equazione II° $aX^2 + bX + c$)

Risolvendo il sistema e prendendo solo la soluzione positiva si ha: $G = \frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} + \frac{v_{0x}}{g}\sqrt{v_{0y}{}^2 + 2hg}$

Il punto di massima altezza si ottiene considerando che in quel punto $v_y = 0$

$0 = -gt + v_{0y} \rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g}$ e sostituendo il tempo nella equazione $Y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y} \cdot t + h$

$h_{max} = \frac{v_{0y}{}^2}{2g} + h$. Applicando l'equazione

$v_f^2 - v_0^2 = 2as$ *al moto lungo l'asse y (nel momento di impatto) si ha:* $v_y^2 - 0 = 2gh_{max}$

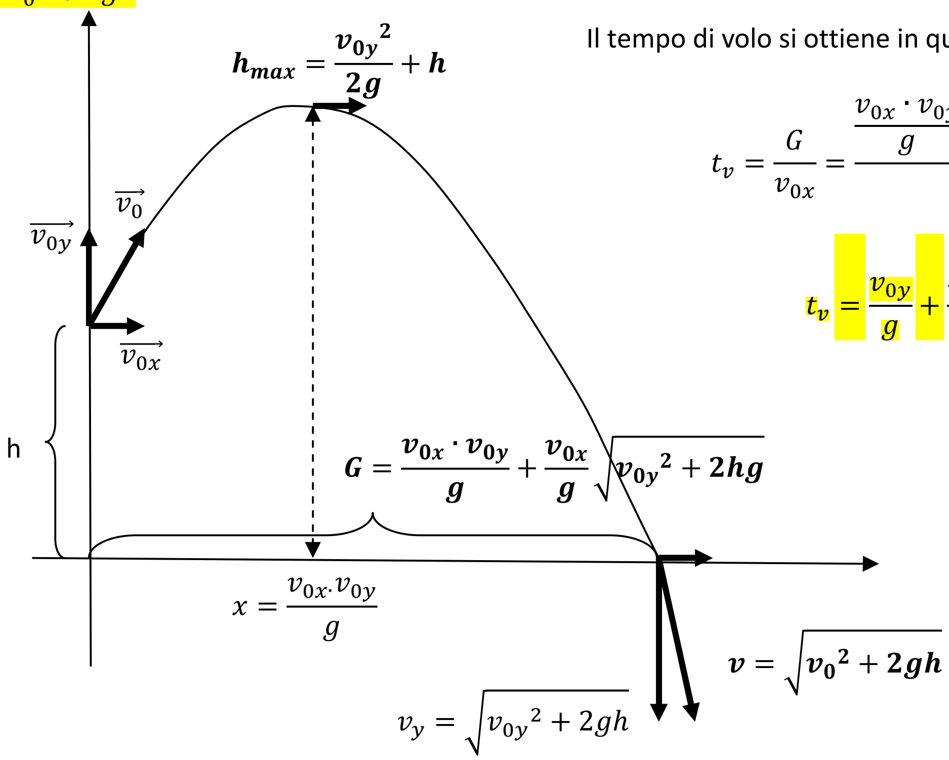
$$v_y^2 = 2g\left(\frac{v_{0y}{}^2}{2g} + h\right) \rightarrow \; v_y^2 = v_{0y}{}^2 + 2gh \rightarrow \; v_y = \sqrt{v_{0y}{}^2 + 2gh}$$

La velocità di caduta è data da: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{0x}{}^2 + v_{0y}{}^2 + 2gh}$ *ma* $v_{0x}{}^2 + v_{0y}{}^2 = v_0{}^2$ quindi $v = \sqrt{v_0{}^2 + 2gh}$

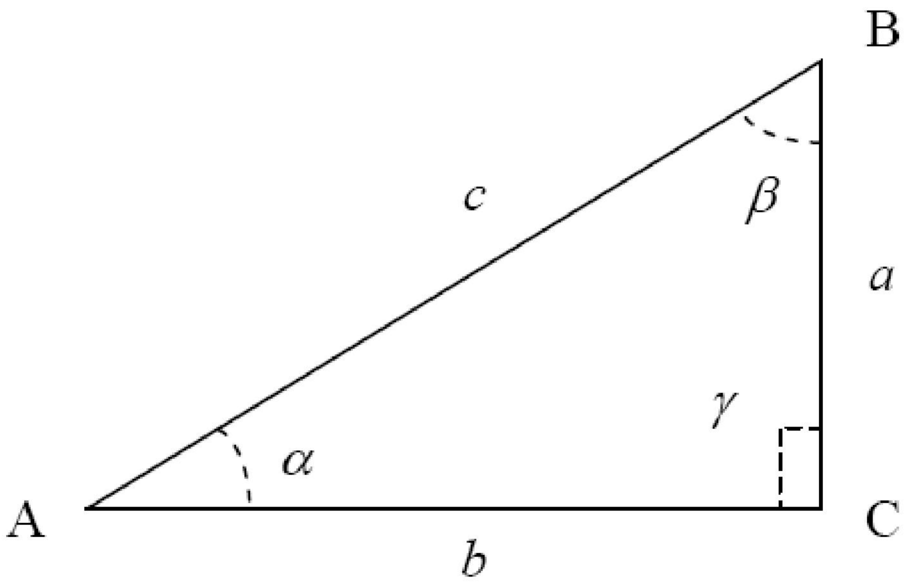
Il tempo di volo si ottiene in questo modo:

$$t_v = \frac{G}{v_{0x}} = \frac{\frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} + \frac{v_{0x}}{g}\sqrt{v_{0y}{}^2 + 2hg}}{v_{0x}}$$

$$t_v = \frac{v_{0y}}{g} + \frac{\sqrt{v_{0y}{}^2 + 2hg}}{g}$$



Elementi di trigonometria



Poniamo ***per definizione***:

$$sen\ \alpha = \frac{a}{c} \qquad (seno\ di\ alfa);$$

$$\cos\ \alpha = \frac{b}{c} \qquad (coseno\ di\ alfa);$$

Da queste definizioni discendono subito i seguenti teoremi sui triangoli rettangoli:

1) $a = c \cdot \text{sen}\ \alpha$;
2) $b = c \cdot \cos\ \alpha$;