

RISOLUZIONE DI UN SISTEMA DI PRIMO GRADO CON DUE INCOGNITE (trattazione non rigorosa)

Un sistema di equazioni di primo grado è un insieme di equazioni di primo grado (nel nostro caso solo 2) aventi le stesse incognite. Risolvere un sistema di equazioni significa determinare le soluzioni comuni a tutte le equazioni.

Per indicare che si tratta di un sistema si utilizza la parentesi graffa.

Esempio:

$$\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 3x - 4y + 5 = 0 \end{cases}$$

La coppia di valori (x,y) che soddisfa (soluzione di) entrambe le equazioni rappresenta la soluzione del sistema.

La coppia di valori (-3;-1), come si può facilmente provare sostituendo i valori, rappresenta una soluzione sia per la prima che per la seconda equazione quindi rappresenta la soluzione del sistema.

Vedremo solo due metodi per risolvere un sistema di due equazioni di primo grado:

- metodo di sostituzione
- metodo del confronto.

Metodo di sostituzione:

Si ricava da una delle due equazioni una delle due incognite (a scelta). Ovviamente è preferibile ricavare l'incognita che presenta meno difficoltà operative (nell'esempio ricavo la y dalla prima equazione. Successivamente sostituisco nella seconda equazione, al posto della variabile y, l'espressione ricavata.

$$\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 3x - 4y + 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x + 5 \\ 3x - 4(2x + 5) + 5 = 0 \end{cases}$$

A questo punto la seconda equazione è una equazione di primo grado nella sola incognita x. Risolvo rispetto alla variabile x: $3x - 8x - 20 + 5 = 0 \rightarrow -5x = 15 \rightarrow x = -3$

Ricavata la variabile x la sostituisco nella prima equazione per ottenere il valore della y: $y = 2(-3) + 5 \rightarrow y = -1$

Metodo del confronto:

Si ricavano le espressioni della stessa variabile dalle due $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 3x - 4y + 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{y-5}{2} \\ x = \frac{4y-5}{3} \end{cases}$

A questo punto si confrontano le due espressioni e si risolve rispetto all'unica incognita (y).

$$\frac{y-5}{2} = \frac{4y-5}{3} \rightarrow 3y - 15 = 8y - 10 \rightarrow -5y = 5 \rightarrow y = -1$$

Dopo aver ricavato la y è sufficiente sostituirla in una delle due espressioni ricavate sopra per determinare il valore della variabile x. $x = \frac{y-5}{2} = \frac{-1-5}{2} = -3$

(Naturalmente questa breve lezione non ha alcuna pretesa di esaustività in quanto non sono stati presi in esame né i criteri generali riguardanti le possibili soluzioni di un sistema lineare né tutti i metodi di risoluzione.)