Vettori e scalari

GRANDEZZE FISICHE

Scalari: sono completamente definite quando se ne conosce la sola misura (es. tempo, massa, temperatura, volume…)

Vettoriali: richiedono un maggior contenuto informativo (es. velocità, accelerazione, forza…)

Domenica sono andato in bicicletta per ***due ore****…*

L'informazione sul tempo è completa?

Il **tempo** è un esempio di quantità **scalare**: sono sufficienti un numero e la rispettiva unità di misura per caratterizzarlo completamente. Quindi informazione sul tempo è completa

Vettori e scalari

•***Domenica ho fatto venti chilometri in bicicletta…***

L’informazione sullo spostamento è completa? No, ne conosco solo l’entità.

•***Domenica ho fatto venti chilometri in bicicletta lungo la Val d’Adige…*** $\Rightarrow$ **ho aggiunto informazione sulla mia direzione.**

•***Domenica ho fatto venti chilometri in bicicletta lungo la Val d’Adige verso Trento*** $\Rightarrow$ **questo dato completa l’informazione sul verso del mio spostamento.**

Una grandezza fisica è un vettore quando per definirla completamente è necessario fornire un modulo (= l’entità), una direzione e un verso.

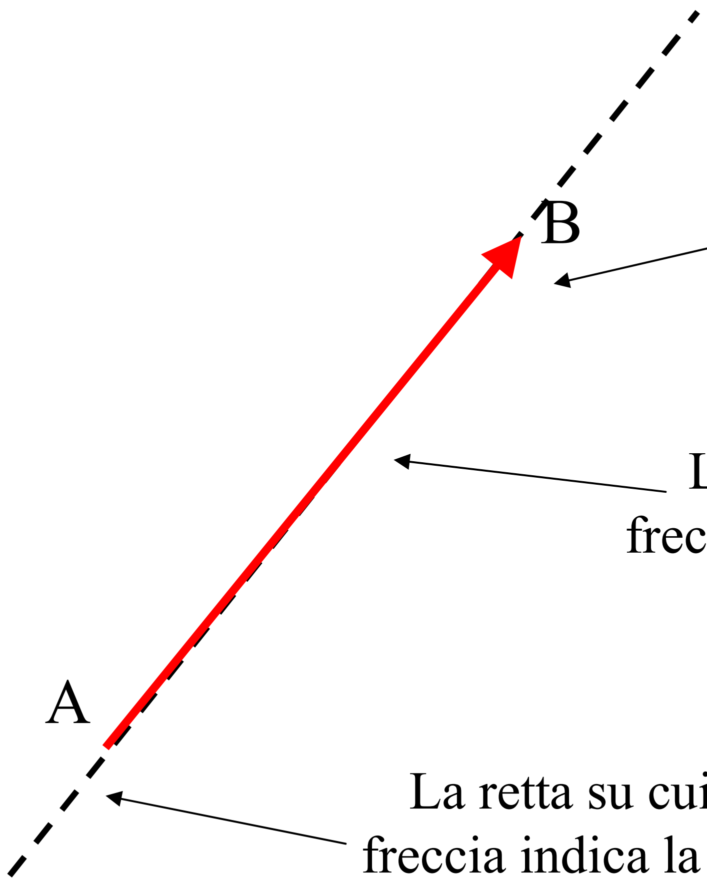
$$\textbf{VETTORE} \begin{cases} \text{modulo} \\ \text{direzione} \\ \text{verso} \end{cases}$$

Rappresentazione grafica

Un **vettore** può essere rappresentato graficamente da un **segmento orientato**.

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

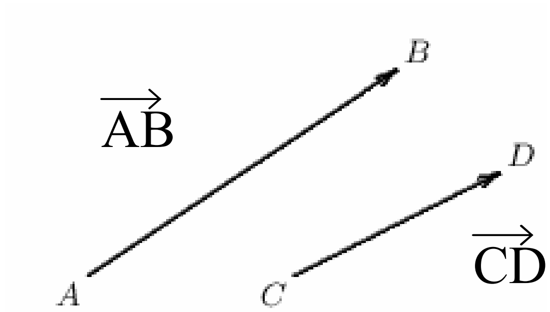
$|\mathbf{a}| = |\overrightarrow{AB}|$ si chiama modulo



La punta della freccia indica il **verso**.

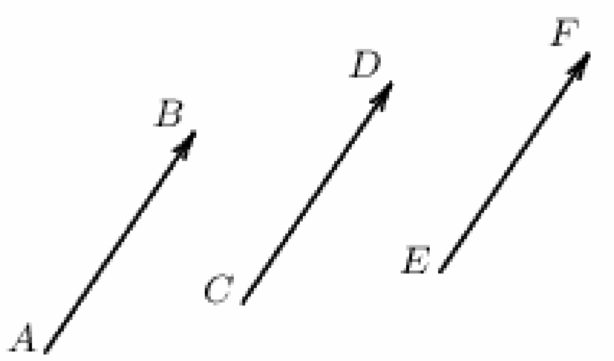
La lunghezza della freccia indica il **modulo**.

La retta su cui giace la freccia indica la **direzione**.

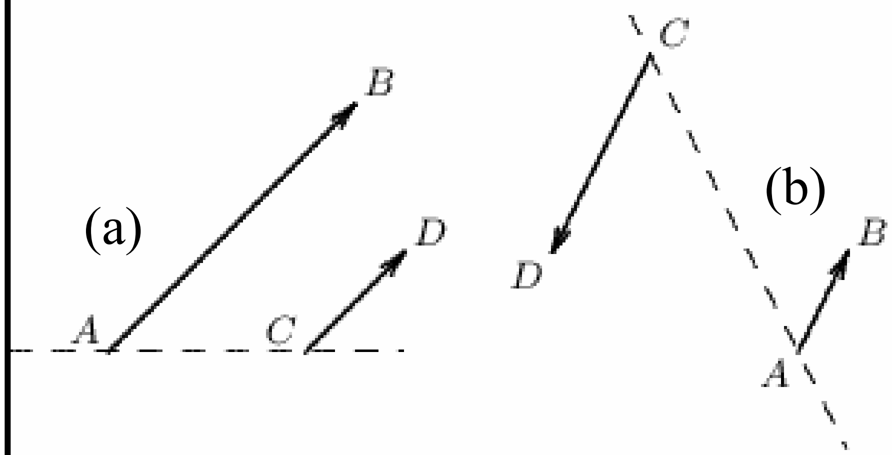


Rappresentazione grafica

Definizione: Un **vettore** nel piano o nello spazio è definito come **l'insieme di tutti i segmenti orientati aventi uguali direzione, verso e modulo**.

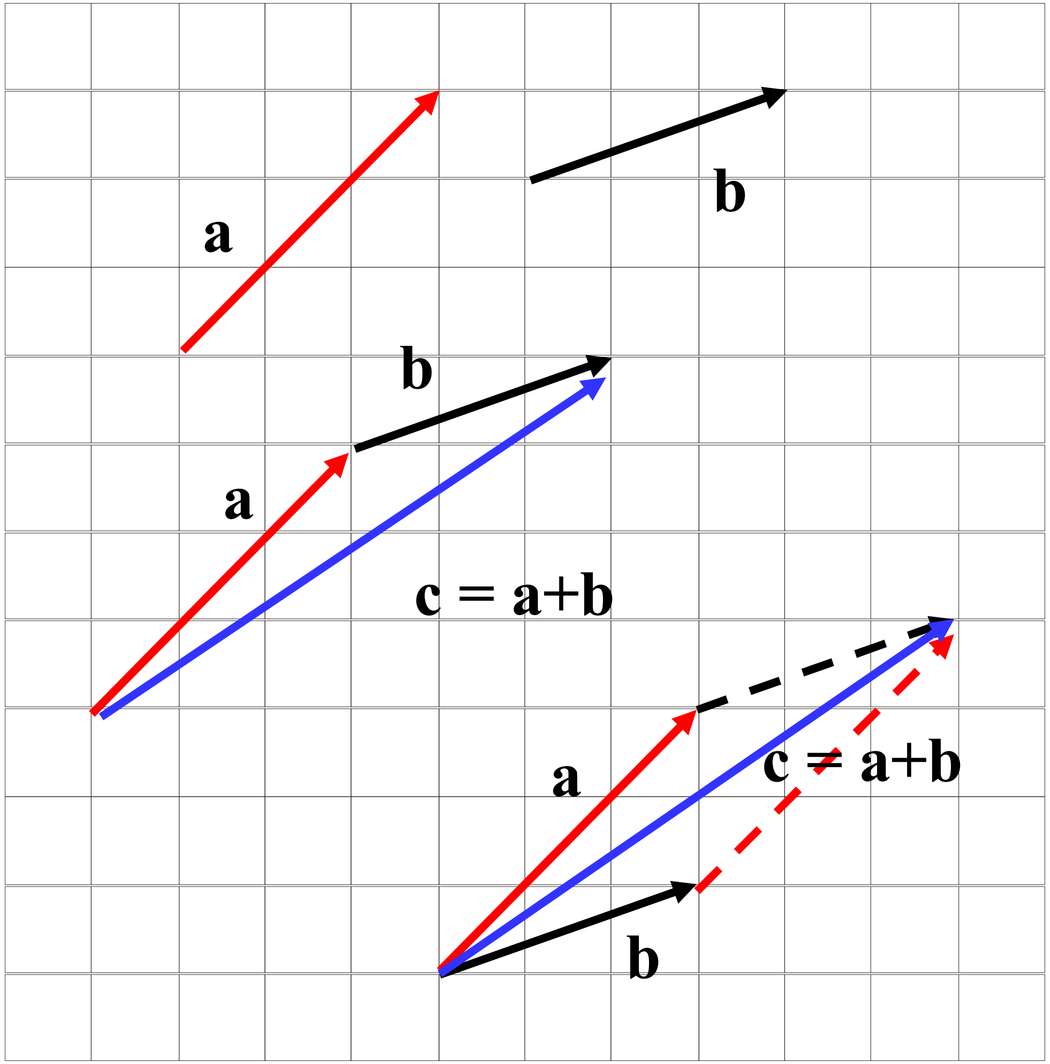


Segmenti orientati **rappresentativi di uno stesso vettore**.



Segmenti orientati paralleli concordi (a) ed opposti (b).

Somma di vettori



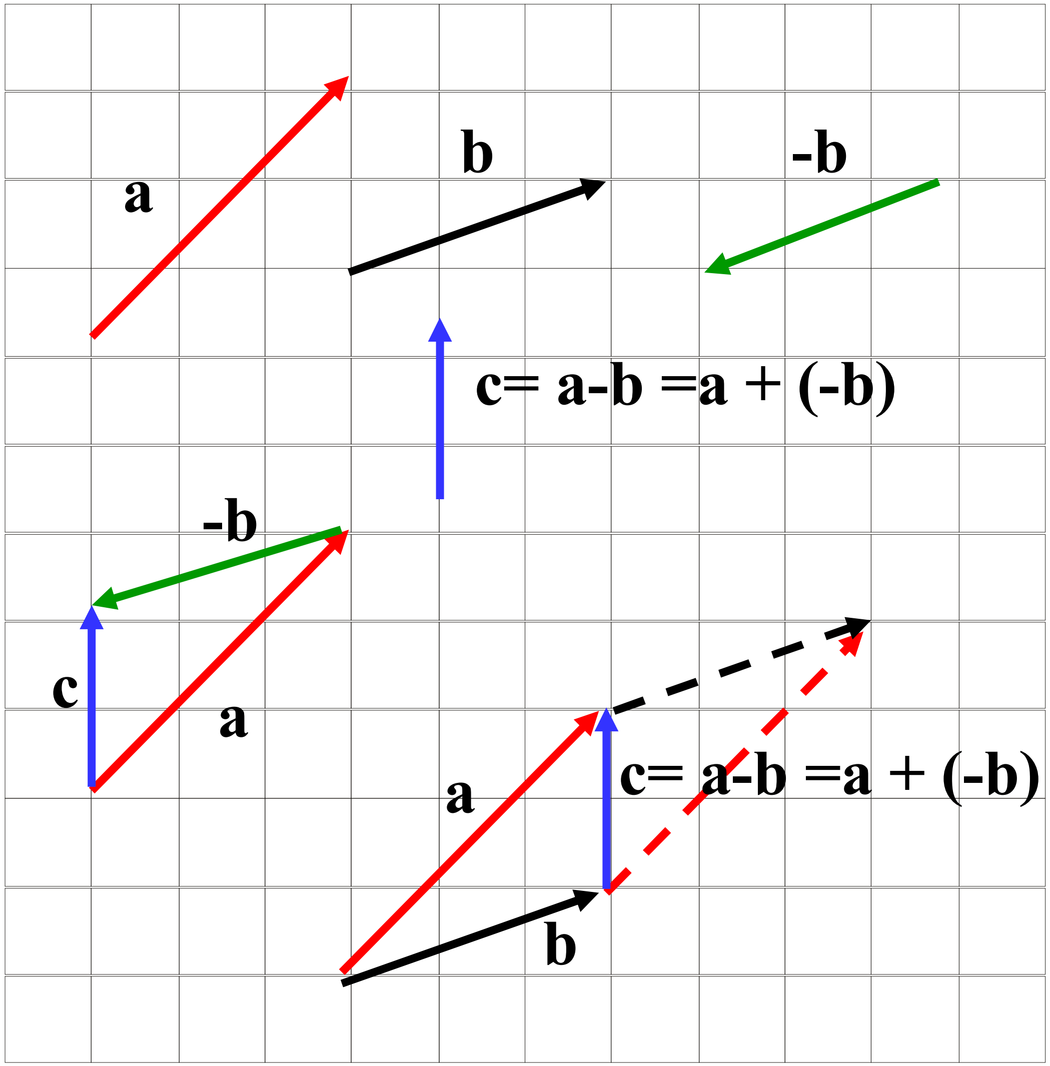
Somma di vettori

Definizione: La somma di due vettori **a** e **b** è un vettore **c** = **a** + **b** la cui direzione e verso si ottengono nel modo seguente:
si fissa il vettore **a** e, a partire dal suo punto estremo, si traccia il vettore **b**. Il vettore che unisce l'origine di **a** con l'estremo di **b** fornisce la somma **c** = **a** + **b**.

La somma di due vettori può essere calcolata anche utilizzando la **regola del parallelogramma**:
La somma di due vettori non collineari è data dal vettore rappresentato dalla diagonale del parallelogramma costruito per mezzo dei segmenti orientati rappresentativi dei due vettori e disposti in modo da avere l'origine in comune.

Proprietà commutativa:	**a** + **b** = **b** + **a**
Proprietà associativa:	(**a** + **b**) + **c** = **a** + (**b** + **c**)

Differenza di vettori

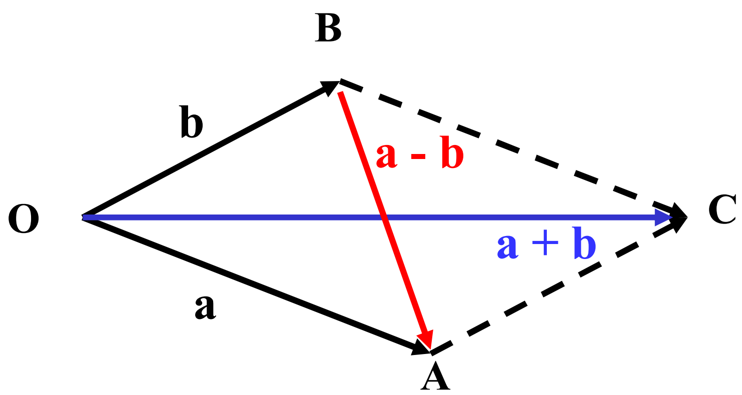


Differenza di vettori

Definizione: Il vettore opposto ad a = $\overrightarrow{AB}$ è – a = $\overrightarrow{BA}$.
I moduli di a e – a sono uguali, la direzione è la medesima e i versi sono opposti.

Definizione: La differenza a – b di due vettori è la somma del vettore a con l'opposto del vettore b, ossia:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$$

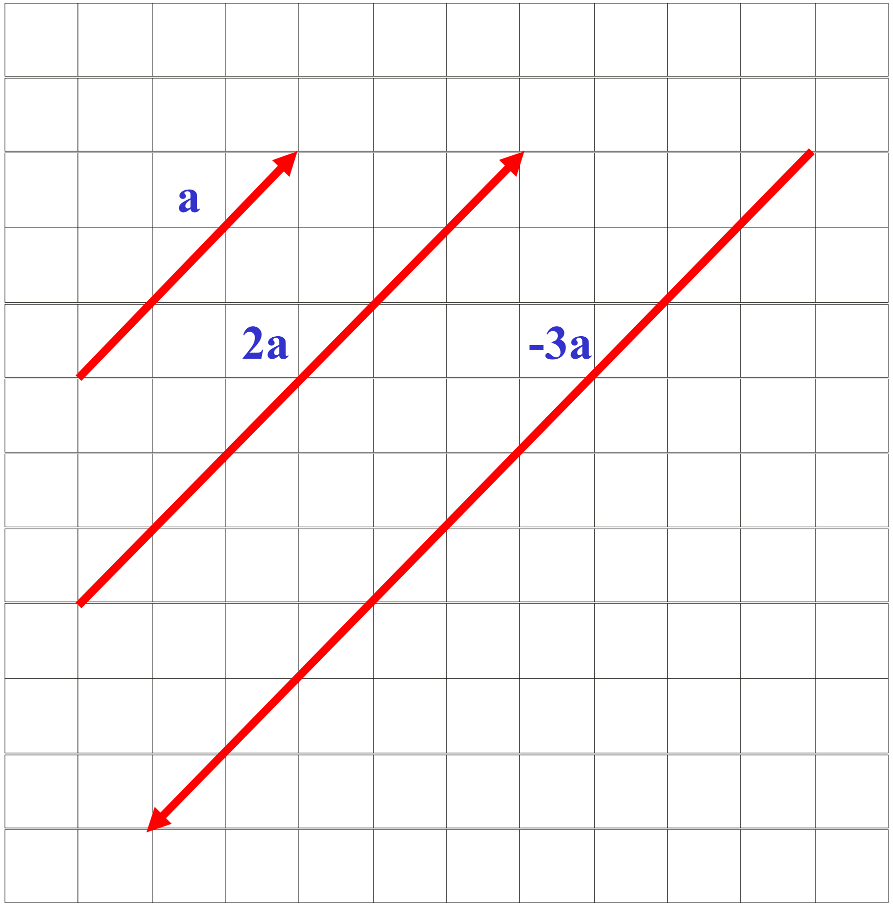


Notiamo che se, sulla base di a e di b disposti con la medesima origine O, si costruisce un parallelogramma, allora la lunghezza della diagonale uscente da O esprime la lunghezza di a + b mentre la lunghezza dell'altra diagonale è pari alla lunghezza del vettore a – b.

Moltiplicazione scalare-vettore

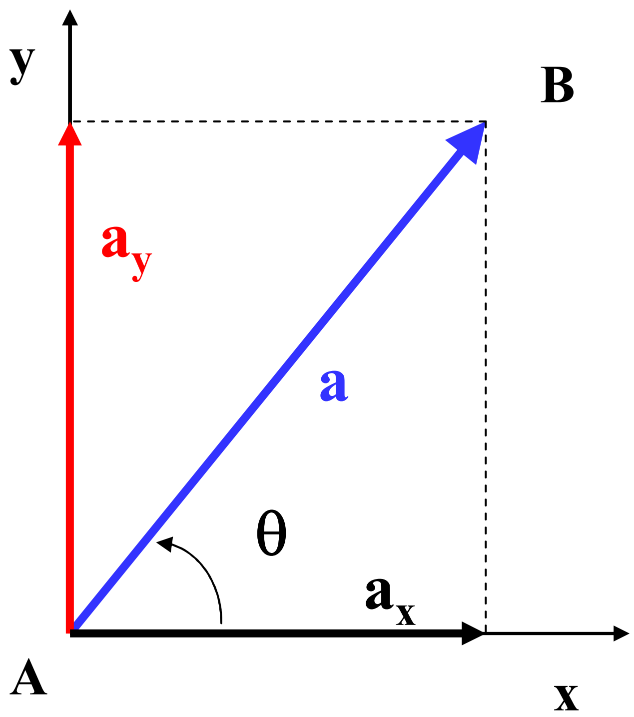
<u>Definizione</u>: La moltiplicazione αa (o aα) di un vettore a con il numero reale α è un vettore b = aα, collineare ad a, di modulo | α | · | a | e verso coincidente con quello di a se $\alpha > 0$, opposto a quello di a se $\alpha < 0$.
Nel caso che sia $\alpha = 0$ o a = 0, il vettore b = 0.

<u>Proprietà</u>:
1. $\alpha(\beta a) = (\alpha\beta)a$
2. $(\alpha + \beta)a = \alpha a + \beta a$
3. $\alpha(a + b) = \alpha a + \alpha b$



Componenti cartesiane

Il vettore può essere individuato anche tramite le sue componenti lungo un sistema di assi cartesiani.



Il modulo del vettore può essere espresso in funzione delle componenti (teorema di Pitagora):

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Le componenti, a loro volta, sono legate al modulo dalle relazioni (trigonometria):

$$a_x = |\mathbf{a}| \cos\theta$$
$$a_y = |\mathbf{a}| \operatorname{sen}\theta$$

Anche l'angolo θ può essere espresso in funzione delle componenti:

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

La somma dei vettori a_x e a_y dà il vettore a, di cui a_x e a_y sono i vettori componenti.